

Решение демонстрационного варианта КИМ ЕГЭ-2019 по математике.

**Базовый уровень.**

**1**

Вычислите  $(6,7 - 3,2) \cdot 2,4$ .

**Решение.**

$$(6,7 - 3,2) \cdot 2,4 = 3,5 \cdot 2,4 = \frac{35 \cdot 24}{100} = \frac{840}{100} = 8,4.$$

**Ответ:**

8	,	4																	
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ИЛИ

Вычислите  $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) \cdot 6$ .

**Решение.**

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) \cdot 6 = \frac{8 \cdot 6}{15} = \frac{16}{5} = \frac{32}{10} = 3,2.$$

**Ответ:**

3	,	2																	
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**2**

Найдите значение выражения  $\frac{0,24 \cdot 10^6}{0,6 \cdot 10^4}$ .

**Решение.**

$$\frac{0,24 \cdot 10^6}{0,6 \cdot 10^4} = \frac{240}{6} = 40.$$

**Ответ:**

4	0																		
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ИЛИ

Найдите значение выражения  $\frac{2^6 \cdot 3^8}{6^5}$ .

**Решение.**

$$\frac{2^6 \cdot 3^8}{6^5} = \frac{2^6 \cdot 3^8}{(2 \cdot 3)^5} = \frac{2^6 \cdot 3^8}{2^5 \cdot 3^5} = 2^{6-5} \cdot 3^{8-5} = 2 \cdot 27 = 54.$$

**Ответ:**

5	4																		
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**3**

Ивану Кузьмичу начислена заработная плата 20 000 рублей. Из этой суммы вычитается налог на доходы физических лиц в размере 13%. Сколько рублей он получит после уплаты подоходного налога?

**Решение.**

$$20000 \cdot (1 - 0,13) = 20000 \cdot 0,87 = 17400.$$

**Ответ:**

1	7	4	0	0															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ИЛИ

ЕГЭ по физике сдавали 25 выпускников школы, что составляет треть от общего числа выпускников. Сколько выпускников этой школы **не сдавали** экзамена по физике?

**Решение.**

Если 25 выпускников – это треть от всего числа выпускников, то всех выпускников ровно  $25 \cdot 3 = 75$ . Тогда не писали экзамен по физике в точности  $75 - 25 = 50$  выпускников.

**Ответ:**

5	0																
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**4**

Найдите  $m$  из равенства  $F = ma$ , если  $F = 84$ ,  $a = 12$ .

**Решение.**

$$m = \frac{F}{a} = \frac{84}{12} = 7.$$

**Ответ:**

7																	
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ИЛИ**

Найдите  $v_0$  из равенства  $v = v_0 + at$ , если  $v = 20$ ,  $t = 2$  и  $a = 7$ .

**Решение.**

$$v_0 = v - at = 20 - 2 \cdot 7 = 6.$$

**Ответ:**

6																	
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ИЛИ**

Найдите  $S$  из равенства  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ , если  $v_0 = 6$ ,  $t = 2$ ,  $a = -2$ .

**Решение.**

$$S = 6 \cdot 2 + \frac{(-2) \cdot 2^2}{2} = 12 - 4 = 8.$$

**Ответ:**

8																	
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**5**

Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,8$  и  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ .

**Решение.**

$$90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow -1 < \cos \alpha < 0.$$
$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - (\sin \alpha)^2} = -\sqrt{1 - 0,64} = -0,6.$$

**Ответ:**

-	0	,	6														
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ИЛИ**

Найдите значение выражения  $(2\sqrt{13} - 1)(2\sqrt{13} + 1)$ .

**Решение.**

$$(2\sqrt{13} - 1)(2\sqrt{13} + 1) = (2\sqrt{13})^2 - 1^2 = 4 \cdot 13 - 1 = 51$$

**Ответ:**

5	1																
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ИЛИ**

Найдите значение выражения  $5^{\log_5 6+1}$ .

**Решение.**

$$5^{\log_5 6+1} = 5^{\log_5 6} \cdot 5^1 = 6 \cdot 5 = 30$$

**Ответ:**

3	0																
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**6**

Баночка йогурта стоит 14 рублей 60 копеек. Какое наибольшее количество баночек йогурта можно купить на 100 рублей?

**Решение.**

Давайте переведем всё в копейки, поделим и возьмем *ближайшее меньшее целое*.

$$\frac{10000}{1460} = \frac{1000}{146} = \frac{500}{73} = 6 \frac{62}{73}$$

**Ответ:**

6																	
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ИЛИ

Килограмм моркови стоит 40 рублей. Олег купил 1 кг 600 г моркови. Сколько рублей сдачи он должен получить со 100 рублей?

**Решение.**

$$100 - 40 \cdot 1,6 = 100 - 64 = 36.$$

**Ответ:**

3	6																
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ИЛИ

Для ремонта требуется 63 рулона обоев. Какое наименьшее количество пачек обойного клея нужно для такого ремонта, если 1 пачка клея рассчитана на 6 рулонов?

**Решение.**

А вот здесь уже необходимо взять *ближайшее большее целое*.

$$\frac{63}{6} = \frac{21}{2} = 10,5.$$

**Ответ:**

1	1																
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**7**

Найдите корень уравнения  $3^{x-3} = 81$ .

**Решение.**

$$3^{x-3} = 81, \quad 3^{x-3} = 9^2, \quad 3^{x-3} = (3^2)^2 = 3^4, \quad x - 3 = 4, \quad x = 7.$$

**Ответ:**

7																	
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ИЛИ

Найдите корень уравнения  $\log_2(x - 3) = 6$ .

**Решение.**

$$\log_2(x - 3) = 6, \quad x - 3 = 2^6 = 64, \quad x = 67.$$

**Ответ:**

6	7																
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ИЛИ

Найдите отрицательный корень уравнения  $x^2 - x - 6 = 0$ .

**Решение.**

$$x^2 - x - 6 = 0, \quad D = 1 - 4 \cdot (-6) = 25, \quad x_1 = \frac{1 + 5}{2} = 3, \quad x_2 = \frac{1 - 5}{2} = -2.$$

**Ответ:**

-	2														
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**8**

Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 25 метров и 30 метров. Хозяин планирует обнести его забором и разделить таким же забором на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите суммарную длину забора в метрах.

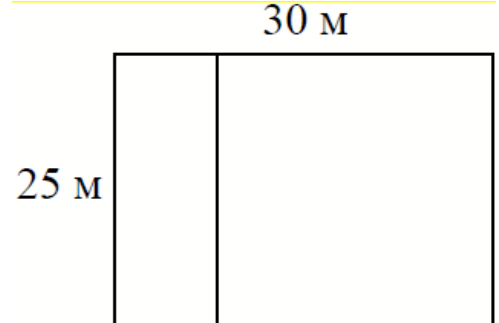
**Решение.**

Можно найти периметр прямоугольника, а затем просто прибавить разделительный отрезок длиной 25.

$$2 \cdot (30 + 25) + 25 = 110 + 25 = 135.$$

**Ответ:**

1	3	5													
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

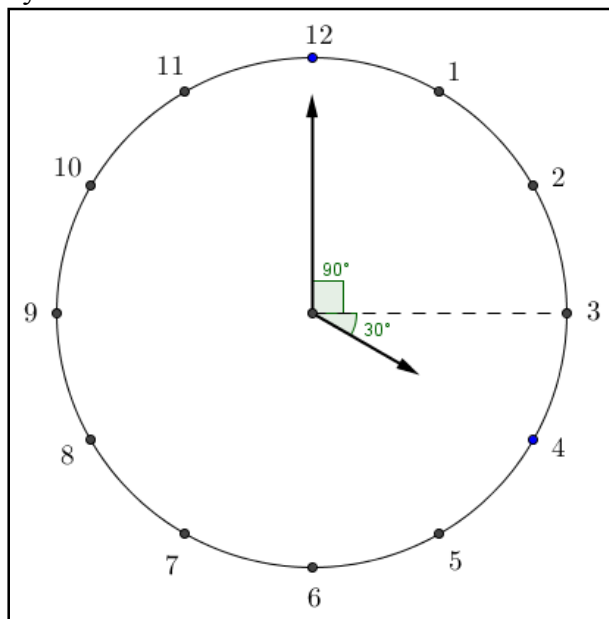


**ИЛИ**

Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки в 16:00?

**Решение.**

Задача простая, надо нарисовать ситуацию. В "круглое" время минутная стрелка указывает на двенадцать, а часовая в 16:00 указывает на  $16 - 12 = 4$  часа.



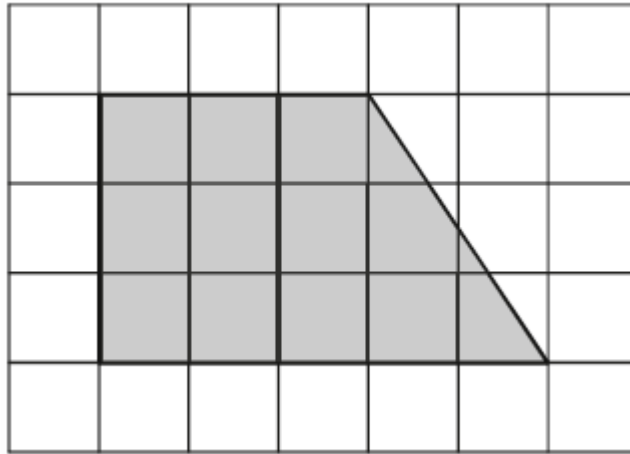
Наш центральный угол опирается на 4 дуги, символизирующие час. Вся окружность циферблата разбита на 12 таких дуг. Поэтому искомый угол равен  $(360^\circ/12) \cdot 4 = 120^\circ$ . Не забудем, что угол принято отсчитывать против движения часовой стрелки. Символ градуса в ответ не пишем.

**Ответ:**

1	2	0													
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ИЛИ**

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат  $1 \text{ м} \times 1 \text{ м}$ . Найдите площадь участка, изображенного на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



**Решение.**

Участок, изображенный на плане, является прямоугольной трапецией с одной стороны и композицией квадрата со стороной 3 и прямоугольного треугольника с катетами 2 и 3. Найти площадь можно разными способами:

$$S = S_{\text{трап}} = \frac{a + b}{2} h = \frac{3 + 5}{2} \cdot 3 = 3 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 12.$$

**Ответ:**

1	2														
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**9**

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) рост ребенка	1) 32 км
Б) толщина листа бумаги	2) 30 м
В) протяженность автобусного маршрута	3) 0,2 мм
Г) высота жилого дома	4) 110 см

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

**Ответ:**

А	Б	В	Г

**Решение.**

Надо выбрать наименьшую величину и наибольшую, чтобы не было сомнений. Толщина листа бумаги очень маленькая величина, в этом мы можем убедиться даже на самом экзамене. Б) – 3). Протяженность автобусного маршрута обычно измеряется в километрах, это длинная дистанция. В) – 1). Ваш рост измеряется в сантиметрах и редко превышает 200 см. Ребенок ниже вас. А) – 4). Методом исключения, Г) – 2).

**Ответ:**

4	3	1	2												
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ИЛИ**

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) масса взрослого человека	1) 8 т
Б) масса грузового автомобиля	2) 5 г
В) масса книги	3) 65 кг
Г) масса пуговицы	4) 300 г

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

**Решение.**

Самый маленький объект – пуговица, естественно полагать, что и масса её наименьшая из предложенных, Г) – 2). Аналогично, самый большой объект – грузовой автомобиль, Б) – 1). Дальше понятно, книга чаще всего легче человека, поэтому А) – 3) и В) – 4).

Ответ:

3	1	4	2													
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**10**

В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 35 спортсменов: 7 из России, 12 из Китая, 9 из Японии и 7 из США. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из России.

**Решение.**

Классическая задача на вероятность. Нам нужно выбрать из 35 человек одного, который будет выступать первым. Причем, необходимо, чтобы этот человек был россиянином, которых на чемпионате 7. Отношение числа россиян к числу всех участников и будет искомой вероятностью. Ответ не изменится, если попросить найти вероятность того, что спортсмен из России будет выступать с любым номером от 1 до 35.

$$\frac{7}{35} = \frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0,2.$$

Ответ:

0	,	2														
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ИЛИ**

Из каждых 100 лампочек, поступающих в продажу, в среднем 3 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная в магазине лампочка окажется исправной?

**Решение.**

Найдем число исправных лампочек:  $100 - 3 = 97$ . Тогда искомая вероятность равна

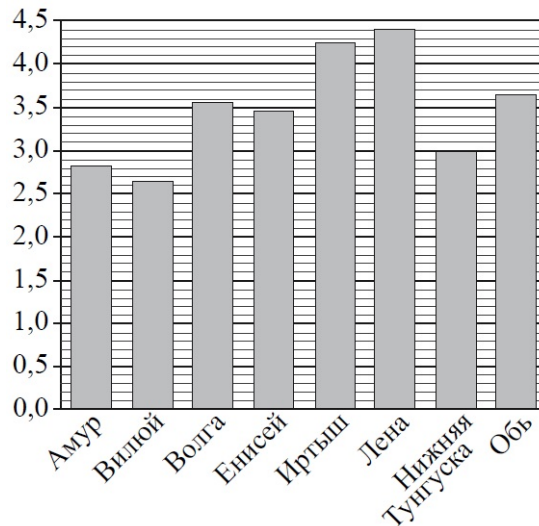
$$\frac{97}{100} = 0,97.$$

Ответ:

0	,	9	7													
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**11**

На диаграмме приведены данные о длине восьми крупнейших рек России (в тысячах километров). Первое место по длине занимает река Лена.



На каком месте по длине находится река Амур?

**Решение.**

Прикладываем линейку (или любой предмет с более или менее ровной линией) горизонтально к столбцу, символизирующему реку Лёну. Начинаем медленно опускать линейку параллельно вертикальной оси и считаем, сколько столбцов нам повстречалось. Лёна, Иртыш, Обь, Волга, Енисей, Нижняя Тунгуска и, наконец, Амур – 7-ое место.

**Ответ:**

7																	
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ИЛИ**

В таблице показано распределение медалей на XXII Зимних Олимпийских играх в Сочи среди команд, занявших первые 10 мест по количеству золотых медалей.

Место	Команда	Медали			
		золотые	серебряные	бронзовые	всего
1	Россия	13	11	9	33
2	Норвегия	11	5	10	26
3	Канада	10	10	5	25
4	США	9	7	12	28
5	Нидерланды	8	7	9	24
6	Германия	8	6	5	19
7	Швейцария	6	3	2	11
8	Белоруссия	5	0	1	6
9	Австрия	4	8	5	17
10	Франция	4	4	7	15

Определите с помощью таблицы, сколько серебряных медалей у команды, занявшей второе место по количеству золотых медалей.

**Решение.**

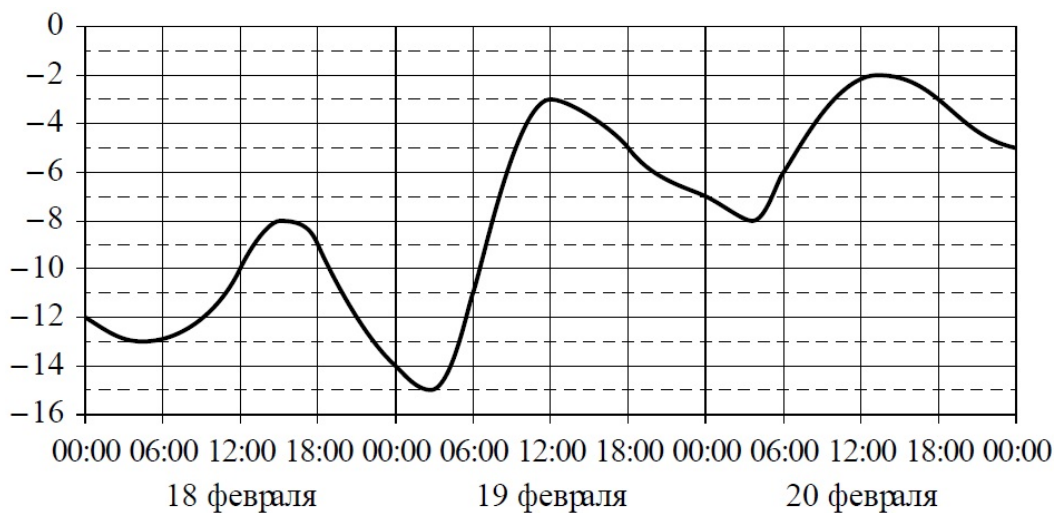
Список уже *ранжирован* по числу золотых медалей – об этом сказано в условии. Тогда просто находим второе место – Норвегия – и видим, что у этой команды 5 серебряных медалей.

**Ответ:**

5																	
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ИЛИ**

На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. На горизонтальной оси отмечается число, месяц, время суток в часах; на вертикальной оси – значение температуры в градусах Цельсия.



Определите по графику наибольшую температуру воздуха 19 февраля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

**Решение.**

Находим *гору* в полосе между ночами с 18-го на 19-ое и с 19-го на 20-е февраля. Вершине этой горы и будет соответствовать искомая наибольшая температура. Пунктирная линия между -4 и -2 соответствует значению -3 градуса Цельсия. Это и ответ.

**Ответ:**

-	3																		
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**12**

Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице.

Номер переводчика	Язык	Стоимость услуг (руб. в день)
1	Немецкий, испанский	7000
2	Английский, немецкий	6000
3	Английский	3000
4	Английский, французский	6000
5	Французский	2000
6	Испанский	4000

Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют четырьмя иностранными языками: английским, немецким, французским и испанским, а суммарная стоимость их услуг не превышает 12 000 рублей в день.

В ответе укажите ровно один набор номеров переводчиков без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

**Решение.**

Строгого рецепта решения этой задачи у меня нет. Я рассуждал так: "Немецкий язык знают только два переводчика, 1-ый и 2-ой. С них и начнем составлять примерные группы". Естественно надо следить за суммарной стоимостью.

Возьмем переводчика-1 (7000), теперь осталось восполнить английский и французский. Переводчик-4 (6000) бросается в глаза, но тогда сумма перевалит за рекомендуемые 12000 руб. Нам ничего не остается, кроме как взять двух узких специалистов, переводчик-3 (3000) и переводчик-5 (2000). Итак, подходящая группа составлена, 135.

**Ответ:**

1	3	5																	
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ИЛИ



Турист подбирает себе экскурсии. Сведения об экскурсиях представлены в таблице.

Номер экскурсии	Посещаемый объект	Стоимость (руб.)
1	Крепость, загородный дворец	350
2	Музей живописи	200
3	Парк	150
4	Парк, музей живописи	300
5	Парк, крепость	300
6	Загородный дворец	200

Пользуясь таблицей, подберите экскурсии так, чтобы турист посетил четыре объекта: крепость, загородный дворец, парк и музей живописи, а суммарная стоимость экскурсий не превышала 650 рублей.

В ответ укажите какой-нибудь один набор номеров экскурсий без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

**Решение.**

Можно выбрать экскурсии 1 и 4, их суммарная стоимость равна 650.

**Ответ:**

1	4														
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ИЛИ**

Строительная фирма планирует купить 70 м<sup>3</sup> пеноблоков у одного из трех поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за 1 м <sup>3</sup> )	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2600	10 000	Нет
Б	2800	8000	При заказе товара на сумму свыше 150 000 рублей доставка бесплатная.
В	2700	8000	При заказе товара на сумму свыше 200 000 рублей доставка бесплатная.

Сколько рублей нужно заплатить за самую дешевую покупку с доставкой?

**Решение.**

Классика.

А. Стоимость пеноблоков  $70 \cdot 2600 = 26 \cdot 7 \cdot 100 = 182000$ , да еще и доставка, итого 192000.

Б. Стоимость пеноблоков  $70 \cdot 2800 = 28 \cdot 7 \cdot 100 = 196000 > 150000$ , доставка бесплатная.

В. Стоимость пеноблоков  $70 \cdot 2700 = 27 \cdot 7 \cdot 100 = 189000 < 200000$ , доставка платная, итого 197000.

Получается, что самым дешевым является вариант А.

**Ответ:**

1	9	2	0	0	0										
---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**13**

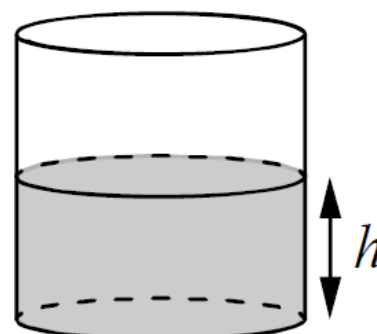
Вода в сосуде цилиндрической формы находится на уровне  $h = 80$  см. На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в четыре раза больше, чем у данного? Ответ дайте в сантиметрах.

**Решение.**

Вот и пошли сложные задачи. Формула объема цилиндра

$$V = S \cdot h = \pi \cdot R^2 \cdot h,$$

где  $S$  – площадь основания,  $h$  – высота,  $R$  – радиус основания цилиндра. У нас имеется



$$V_1 = V_2, \quad V_1 = \pi \cdot R_1^2 \cdot h_1, \quad V_2 = \pi \cdot R_2^2 \cdot h_2 = \pi(4R_1)^2 h_2 = 16\pi R_1^2 h_2.$$

Понятно, что в данном случае высота цилиндра есть уровень жидкости в нем. Получается, что

$$h_2 = \frac{1}{16} h_1 = \frac{80}{16} = 5.$$

Ответ:

5															
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ИЛИ**

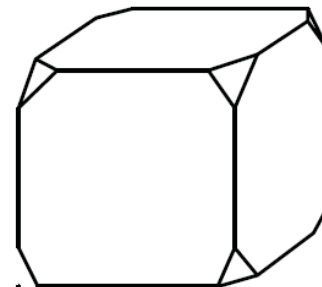
От деревянного кубика отпилили все его вершины (см. рис.). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые ребра на рисунке не изображены)?

**Решение.**

Всего у куба 8 вершин и 6 граней. На месте каждой отпиленной вершины теперь появилась новая треугольная грань. Итого получается  $8 + 6 = 14$ .

Ответ:

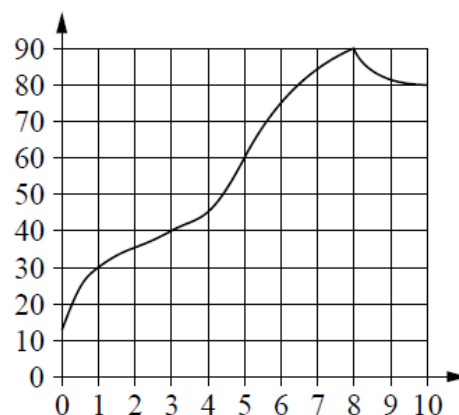
1	4														
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



**14**

На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя; на вертикальной оси – температура двигателя в градусах Цельсия.

Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику процесса разогрева двигателя на этом интервале.



**ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ**

- А) 0–1 мин.
- Б) 1–3 мин.
- В) 3–6 мин.
- Г) 8–10 мин.

**ХАРАКТЕРИСТИКИ**

- 1) самый медленный рост температуры
- 2) температура падала
- 3) температура находилась в пределах от 40°C до 80°C
- 4) температура не превышала 30°C

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

**Решение.**

На графике отчетливо видно сразу, где падает температура: Г) – 2). Приложим линейку горизонтально к *ординате* 30 и заключаем, что А) – 4). Выбирая теперь только из двух оставшихся временных промежутков Б) и В), нетрудно заметить, что на Б) температура растет медленнее, чем на участке В). Значит Б) – 1), В) – 3) соответственно.

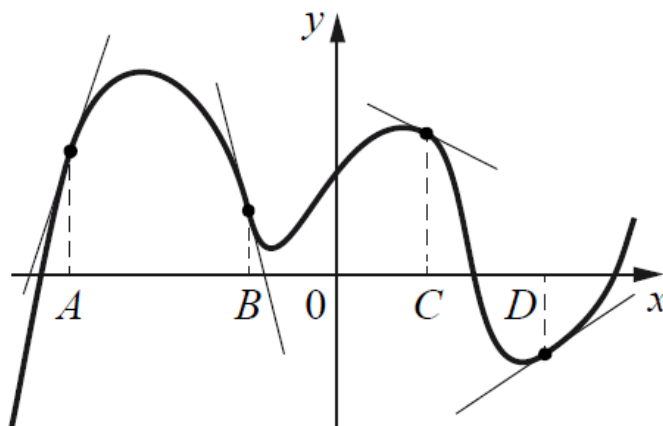
Ответ:

4	1	3	2												
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ИЛИ**

На рисунке изображен график функции и касательные, проведенные к нему в точках с абсциссами  $A, B, C$  и  $D$ .

В правом столбце указаны значения производной в точках  $A, B, C$  и  $D$ . Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной функции в ней.



ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
$A$	1) $-4$
$B$	2) $3$
$C$	3) $\frac{2}{3}$
$D$	4) $-\frac{1}{2}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

$A$	$B$	$C$	$D$

**Решение.**

Значение производной функции в данной точке равно тангенсу угла наклона касательной к графику функции, проведенной в этой самой точке. А тангенс угла наклона касательной есть угловой коэффициент при аргументе в уравнении касательной.

Касательная (прямая) в точке  $A$  растет быстрее других, положительный коэффициент в уравнении этой прямой будет самым большим из представленных,  $A - 2$ ).

Еще одна касательная растёт только в точке  $D$ , коэффициент в уравнении этой прямой положителен. Методом исключения,  $D - 3$ ).

Проведя аналогичные рассуждения, только для убывающих прямых, получаем ответ.

Ответ:

2	1	4	3												
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**15**

В треугольнике  $ABC$  угол  $ACB$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = 0,8$ ,  $AC = 4$ . Отрезок  $CH$  – высота треугольника  $ABC$  (см. рисунок). Найдите длину отрезка  $AH$ .

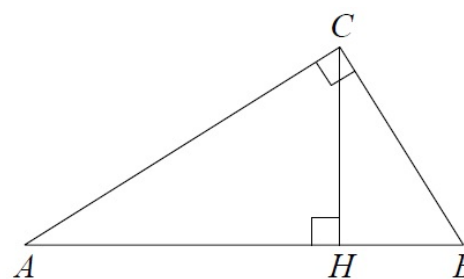
**Решение.**

Посмотрим на прямоугольный треугольник  $ACH$ .

$$AH = AC \cdot \cos A = 4 \cdot 0,8 = 3,2.$$

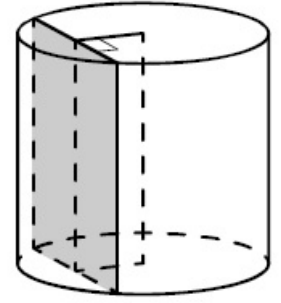
Ответ:

3	,	2													
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



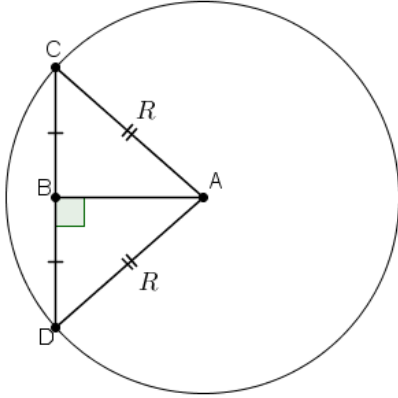
**16**

Радиус основания цилиндра равен 13, а его образующая равна 18. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от него на расстояние, равное 12. Найдите площадь этого сечения.



**Решение.**

Понятно, что сечение наше есть прямоугольник, одна сторона которого нам известна – это образующая цилиндра. Вторую сторону будем искать из прямоугольного треугольника, получающегося в основании цилиндра. Посмотрим на нашу ситуацию сверху.



Расстояние от точки до прямой это длина перпендикуляра, проведенного из этой точки на прямую. В наших обозначениях,  $AB = 12$ . Тогда

$$CD = 2CB = 2\sqrt{AC^2 - AB^2} = 2 \cdot 5 = 10.$$

Искомая площадь сечения  $10 \cdot 18 = 180$ .

**Ответ:**

1	8	0																	
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ИЛИ**

Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 4, а боковое ребро равно  $\sqrt{17}$ .

**Решение.**

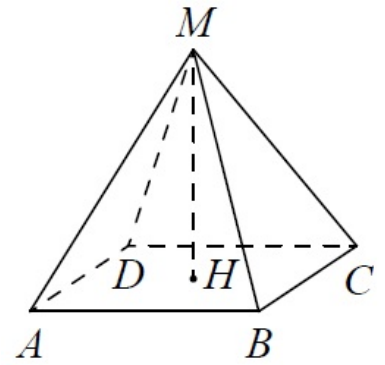
В основании правильной четырехугольной пирамиды находится квадрат.

$$S_{\text{осн}} = S_{ABCD} = 4^2 = 16.$$

Высота правильной четырехугольной пирамиды перпендикулярна основанию и попадает в его центр. Рассмотрим прямоугольный треугольник  $AHM$ . В нем  $MH$  – высота пирамиды,  $AM$  – боковое ребро пирамиды,  $AH$  – половина диагонали основания пирамиды.

$$h = MH = \sqrt{AM^2 - \left(\frac{1}{2}AC\right)^2} = \sqrt{17 - 8} = 3.$$

$$V_{MABCD} = \frac{1}{3}S_{\text{осн}}h = 16.$$

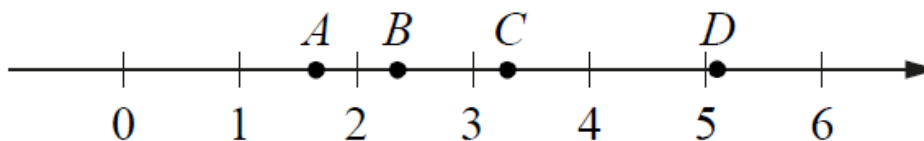


**Ответ:**

1	6																		
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**17**

На координатной прямой отмечены точки  $A, B, C$  и  $D$ .



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

ТОЧКИ

- A
- B
- C
- D

ЧИСЛА

- 1)  $\log_2 10$
- 2)  $\frac{7}{3}$
- 3)  $\sqrt{26}$
- 4)  $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}$

Ответ:

A	B	C	D

**Решение.**

Каждое из данных чисел расположено между целыми. Это подсказка – сравните каждое число с окружающими целыми. Если мы начнем сравнивать с двойкой данные числа, то точно получим A, а если с пятёркой, то точно получим D. Методом исключения, останется сравнить одно из двух оставшихся чисел с тройкой.

$$\begin{aligned} \log_2 10 \vee 2, & \quad 10 > 1, & \quad \log_2 10 > 2. \\ \frac{7}{3} \vee 2, & \quad 7 > 6, & \quad \frac{7}{3} > 2. \\ \sqrt{26} \vee 2, & \quad 26 > 4, & \quad \sqrt{26} > 2. \end{aligned}$$

Методом исключения,  $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1} < 2$ , значит A–4). Теперь сравниваем с пятёркой. Бросается в глаза корень из 26.

$$\sqrt{26} \vee 5, \quad 26 > 25, \quad \sqrt{26} > 5.$$

Значит D–3). Одно из оставшихся чисел достаточно сравнить с тройкой. Я предпочитаю  $\frac{7}{3}$ .

$$\frac{7}{3} \vee 3, \quad 7 < 9, \quad \frac{7}{3} < 3.$$


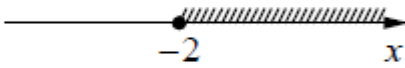
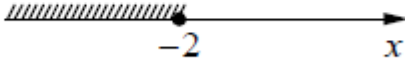

Значит B–2). Методом исключения C–1).

Ответ:

4	2	1	3													
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ИЛИ**

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
A) $2^x \geq 4$	1) 
Б) $0,5^x \geq 4$	2) 
В) $0,5^x \leq 4$	3) 
Г) $2^x \leq 4$	4) 

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

A	Б	В	Г

**Решение.**

$2^x \geq 4 = 2^2 \Leftrightarrow x \geq 2$ ;  $0,5^x \geq 4 \Leftrightarrow 2^{-x} \geq 2^2 \Leftrightarrow x \leq -2$ ;  $0,5^x \leq 4 \Leftrightarrow x \geq -2$ ;  $2^x \leq 4 \Leftrightarrow x \leq 2$ .  
Значит Г-1), А-4), Б-3) и В-2)

**Ответ:**

4	3	2	1														
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**18**

В классе учится 20 человек, из них 13 посещают кружок по истории, а 10 – кружок по математике. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Каждый ученик этого класса посещает оба кружка.
- 2) Найдутся хотя бы двое из этого класса, кто посещает оба кружка.
- 3) Если ученик из этого класса ходит на кружок по истории, то он обязательно ходит на кружок по математике.
- 4) Не найдется 11 человек из этого класса, которые посещают оба кружка.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

**Решение.**

Утверждение 4 верное, так как всего участников кружка по математике  $10 < 11$ . Утверждение 1 также неверное, так как оно противоречит условию задачи. Утверждение 3 неверно, потому что оно могло бы выполняться только в том случае, если бы кружок по математике посещали все ученики класса.

Второе утверждение верное, потому что как минимум три человека посещают оба кружка. Кружок по математике не посещают 10 человек из класса, пусть все они посещают кружок по истории. Но тогда найдется  $13 - 10 = 3$  человека, которые обязательно посещают кружок по истории и, методом исключения, также посещают кружок по математике.

**Ответ:**

2	4																
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ИЛИ**

Витя выше Коли, но ниже Маши. Аня не выше Вити. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Маша самая высокая из указанных четырех человек.
- 2) Аня и Маша одного роста.
- 3) Витя и Коля одного роста.
- 4) Коля ниже Маши.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

**Решение.**

Утверждение 3 неверное, потому что противоречит условию. Утверждение 1 верное, потому что Маша выше Вити, а значит и Ани, а Витя выше Коли. Утверждение 2 неверное, потому что утверждение 1 верное. Утверждение 4 верное по той же причине.

**Ответ:**

1	4																
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**19**

Найдите трехзначное число, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

**Решение.**

Условимся, что "число А делится на число Б", " $A : B$ ", " $A \bmod B = 0$ " означают ровно одно и то же – число А делится на число Б нацело, без остатка.

Пусть теперь  $x, y, z$  – цифры нашего числа, причем ни одна из этих цифр не равна нулю и единице, иначе суммы 20 просто не собрать.

Как же нам задавать качественные вопросы к цифрам, чтобы и не долго возиться, и перебрать все варианты?

1. Пусть все цифры делятся на 3.

$$x : 3, \quad y : 3, \quad z : 3.$$

В таком случае их сумма также делится на 3, но 20 не делится на 3, значит этот случай нам не подходит.

2. Пусть теперь только одна из цифр делится на 3.

$$x : 3, \quad y \bmod 3 \neq 0, \quad z \bmod 3 \neq 0.$$

В этом случае  $x$  может равняться 3, 6 или 9. Тогда имеются варианты

$$\begin{cases} x = 3, & y + z = 17; \\ x = 6, & y + z = 14; \\ x = 9, & y + z = 11. \end{cases}$$

Рассматривая первую пару равенств совокупности, заключаем, что одна из цифр должна быть больше 7, чтобы другая была меньше 10. Вариантов немного – 8 или 9. Но если одна из цифр равна 8, то другая 9 и 9 делится на 3, что противоречит заданному условию.

Рассматривая вторую пару равенств совокупности, понимаем, что одна из цифр должна быть больше 4, чтобы другая была меньше 10. Варианты: одна 5, другая 9 – не подходит; одна 6 – не подходит; обе цифры равны 7. Проверяем 677:  $36 + 2 \cdot 49 = 134$ , не подходит, не делится на 3.

Рассматривая третью пару равенств совокупности, видим, что одна из цифр должна быть больше 2, чтобы другая была меньше 10. Варианты: одна 2, другая 9 – не подходит; одна 3 – не подходит; одна 4, другая 7 – проверяем 947:  $81 + 16 + 49 = 146$ , тоже не подходит; одна 5, другая 6 – не подходит.

3. Пусть теперь две цифры из трех делятся на 3.

$$x : 3, \quad y : 3, \quad z \bmod 3 \neq 0.$$

Квадрат последней цифры на 3 не делится. Сумма чисел, в которой все слагаемые делятся на какое-то число, кроме одного, не делится на это число. Такой случай нам не подходит.

4. Пусть ни одна из цифр не делится на 3.

$$\{x, y, z\} \bmod 3 \neq 0.$$

Составим следующую таблицу:

	Варианты значений				
$x$	2	4	5	7	8
$y + z$	18	16	15	13	12
$y$	9 – плохо	8; 9 – плохо	7; 6 – плохо	8; 9 – плохо	7; 4 остальное плохо
$z$	9 – плохо	8; 7 – плохо	8; 9 – плохо	5; 6 – плохо 4 – плохо	5; 8 остальное плохо

Проверяем 488:  $16 + 64 + 64 = 144$ , не подходит, потому что делится на 3, а вместе с тем еще и на 9; 578:  $25 + 49 + 64 = 138$ , подходит, делится на 3, но не делится на 9.

Надо понимать, что перестановка цифр не повлечет никаких последствий, а лишь увеличит количество подходящих и равноценных ответов: 578, 875, 758...

### Другое решение.

Пусть  $x$ ,  $y$  и  $(20 - (x + y))$  – цифры нашего числа, причем ни одна из них не равна 0 или 1 (иначе суммы 20 не получить) и должно выполняться условие  $x + y > 10$ .

Тогда сумма квадратов цифр запишется так:

$$x^2 + y^2 + (20 - (x + y))^2 = 2(x^2 + y^2 + xy - 20(x + y) + 200).$$

Делимость этого числа на 3 или 9 никак не зависит от чётного множителя, на него можно сократить. Теперь будем рассматривать число

$$x^2 + y^2 + xy - 20(x + y) + 200 = x^2 + y^2 + xy + 20(10 - (x + y))$$

Если  $x$  и  $y$  делятся на 3, то, очевидно, первые 4 слагаемых будут делиться на 3, а 200 не делится на 3 и значит вся сумма не делится на 3.

Пусть теперь только одна из цифр делится на 3. Тогда, с учётом  $x + y > 10$ , возможны следующие пары: (3, 8), (6, 5), (6, 7), (6, 8), (9, 2), (9, 4), (9, 5), (9, 7), (9, 8). Среди этих вариантов

достаточно попробовать первые 6 пар, потому что следующие будут давать уже встречавшиеся тройки цифр:

$$9 + 64 + 24 - 20 = 77; \quad 36 + 25 + 30 - 20 = 71; \quad 36 + 49 + 42 - 60 = 67;$$

$$36 + 64 + 48 - 80 = 68; \quad 81 + 4 + 18 - 20 = 83; \quad 81 + 16 + 36 - 60 = 73.$$

Ни одна подстановка не подходит.

Пусть, наконец, ни одна из цифр  $x$  и  $y$  не делится на 3. Пары: (4, 7), (5, 7), (5, 8), (7, 8).

Достаточно попробовать первые две.

$$16 + 49 + 28 - 20 = 73; \quad 25 + 49 + 35 - 40 = 69.$$

Последняя подстановка подходит, значит цифры могут быть такими: 5, 7, 8. Естественно, любой другой их порядок подходит: 587, 758, 785, 857, 875.

**Ответ:**

5	7	8															
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**20**

В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

- за 2 золотых монеты получить 3 серебряных и одну медную;
- за 5 серебряных монет получить 3 золотых и одну медную.

У Николая были только серебряные монеты. После нескольких посещений обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 50 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

**Решение.**

Отсутствие золотых монет говорит о том, что Николай все золотые монеты, полученные с помощью второй операции, обменял с помощью первой. Значит, вторых операций было четное число. Пусть вторых операций было ровно  $2n$ . Тогда при применении второй операции:

$$5 \cdot (2n) \text{ серебряных} \Leftrightarrow 3 \cdot (2n) \text{ золотых} + 2n \text{ медных.}$$

Теперь нужно обменять все  $3 \cdot (2n)$  золотых монет с помощью первой операции. Всего таких операций будет  $3 \cdot (2n)/2 = 3n$ .

$$3 \cdot (2n) \text{ золотых} \Leftrightarrow 3 \cdot (3n) \text{ серебряных} + 3n \text{ медных.}$$

Получается, что затратив  $10n$  серебряных монет, Николай при реализации всех золотых получает  $9n$  серебряных. Значит всего он потратил  $n$  серебряных. При этом Николай по итогу применения всех операций получил  $5n$  медных. Возвращаясь к условию задачи:

$$5n = 50, \quad n = 10.$$

**Ответ:**

1	0																
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**ИЛИ**

Прямоугольник разбит на четыре меньших прямоугольника двумя прямолинейными отрезками. Периметры трёх из них, начиная с левого верхнего и далее по часовой стрелке, равны 24, 28 и 16. Найдите периметр четвертого прямоугольника.

24	28
?	16

**Решение.**

Составим уравнения с помощью формулы

периметра прямоугольника:

$$2a + 2c = 24; \quad 2b + 2c = 28; \quad 2b + 2d = 16;$$

$$2a + 2d = X.$$

$$2a = 24 - 2c; \quad 2b = 28 - 2c; \quad 2d = 16 - (28 - 2c);$$

$$24 - 2c + 16 - (28 - 2c) = 12.$$

**Ответ:**

1	2																
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--